

Funções

Certamente, **função** é um dos principais conceitos da matemática, principalmente quando o objetivo é descrever a relação entre variáveis (quantitativas e qualitativas), de modo a compreender matematicamente, como fenômenos do mundo real acontecem, o que nos possibilita realizar análises para tomar decisões fundamentadas, o que garante mais confiabilidade.

De maneira geral, uma **função** “f” é uma regra matemática que, a cada valor do conjunto de dados “A”, de uma variável quantitativa “x”, se associa a um único valor de uma variável quantitativa “y” de um outro conjunto de dados “B”, logo é possível dizer que “f” é uma função de “A” em “B” e indicamos como:

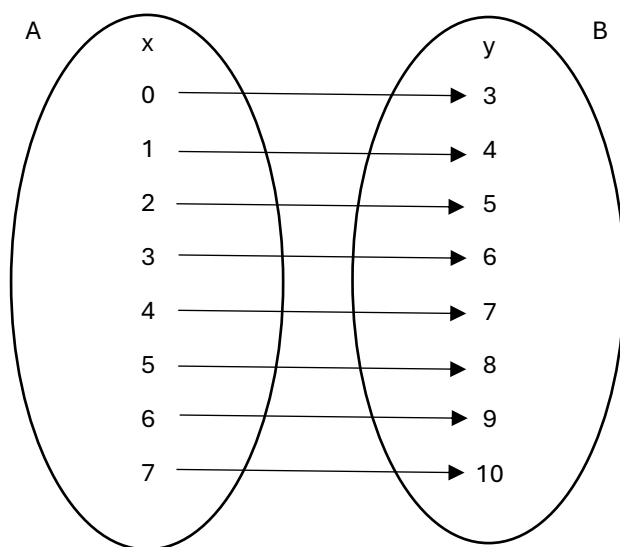
$$f: A \rightarrow B$$

Onde:

- Conjunto A é o domínio de f, ou seja, é o conjunto de valores que é possível inserir/utilizar na função, representado na função pela letra “x”
- Conjunto B é o contradomínio, ou seja, é o conjunto de possíveis resultados, representado na função pela letra “y”

Visualmente, observa-se a relação entre as variáveis, da seguinte forma:

Figura 1 - Função



Fonte: Autoria própria

Ao observar a representação gráfica de um domínio e seu contradomínio, sabendo que o conjunto A é domínio, representado pela letra “x” e B o contradomínio, representado pela letra “y”, pode-se dizer que cada valor de “x” tem, pelo menos, um valor correspondente em “y”, denotando-se que:

$$y = f(x)$$

A partir desse entendimento, pode-se realizar algumas observações acerca dessa relação entre os 2 conjuntos de dados da figura 1, como por exemplo:

Se “x” é igual a 0, y será igual a 3, logo:

$$3 = f(0)$$

Dessa forma, caso queiramos saber o valor de “y” para “x” igual a 5, representaremos da seguinte forma:

$$8 = f(5)$$

Para saber o valor de “y” para “x” igual a 7, representaremos da seguinte forma:

$$10 = f(7)$$

Dito isso, saiba que o resultado de “y”, a partir de um “f(x)” é chamado de **imagem**. No exemplo anterior, diz-se que 10 é a imagem de 7 e, assim acontecerá em todas as relações de “x” em “y”, através de seus conjuntos de dados, que são variáveis quantitativas.

Problema Exemplo:

Um grupo de estudantes percebeu que quanto mais tempo estudam, mais questões de simulados de concursos anteriores conseguem resolver. Eles foram capazes de realizar essa observação a partir do registro dos estudos realizados pelo grupo, que foram da seguinte forma:

Horas de estudo	Qtde de questões de provas anteriores resolvidas
1	5
2	10
3	15
4	20
5	25

Essa observação foi importante para o grupo, dado que estão estudando para um concurso que conterà 175 questões e, com isso, precisam saber quantas horas de estudo são necessárias para atingir um nível de 175 questões resolvidas.

Compreensão:

- Qual a quantidade de horas de estudo para que seja possível resolver 175 questões de uma prova?

Planejamento:

- Encontrar a função que descreve a relação entre as horas de estudo e as questões resolvidas, sabendo que:

$$y = f(x)$$

- Encontrar a relação entre “Horas de Estudo” e “Qtde de questões de provas anteriores resolvidas”. Para isso é importante entender o comportamento dessa relação, realizando a seguinte observação:
 - Para Horas de estudo = 1, Qtde de questões de provas anteriores resolvidas = 5
 - Para Horas de estudo = 2, Qtde de questões de provas anteriores resolvidas = 10
 - Para Horas de estudo = 3, Qtde de questões de provas anteriores resolvidas = 15
 - Para Horas de estudo = 4, Qtde de questões de provas anteriores resolvidas = 20
 - Para Horas de estudo = 5, Qtde de questões de provas anteriores resolvidas = 25
- Agora, vamos observar a variação entre “Horas de estudo” e “Qtde de questões de provas anteriores resolvidas”
 - Observando a variação da “Qtde de questões de provas anteriores resolvidas” entre 1 hora de estudo, que é 5 questões resolvidas e 2 horas de estudo, que é de 10 questões resolvidas, temos:

$$k = \frac{\Delta q}{\Delta h}$$

Onde:

- k é o resultado da variação
- Δq é a variação da “Qtde de questões de provas anteriores resolvidas”
- Δh é a variação das “Horas de estudo”

Aplicando os valores, temos:

$$k = \frac{10 - 5}{2 - 1} = \frac{5}{1} = 5$$

Logo, pode-se dizer que o grupo de estudo resolveu 5 questões a mais – de 5 para 10 - quando estudou 1 hora a mais, de 1 hora para 2 horas.

- Agora aplicaremos a mesma regra, comparando as horas de estudo = 3, que tiveram 15 questões resolvidas, com as horas de estudo = 2, que tiveram 10 questões resolvidas. Aplicando esses valores, temos:

$$k = \frac{15 - 10}{3 - 2} = \frac{5}{1} = 5$$

Logo, pode-se dizer que o grupo de estudo resolveu 5 questões a mais – de 10 para 15 - quando estudou 1 hora a mais, de 2 horas para 3 horas.

Outra observação que é possível realizar é que o comportamento foi o mesmo, de quando as horas de estudo aumentaram de 1 para 2, ou seja, resolveram 5 questões a mais. Indicando que há uma tendência a existir um comportamento, no qual a cada hora a mais de estudo, resolvem-se 5 questões a mais.

Porém, vamos para mais uma verificação.

- Agora aplicaremos a mesma regra, comparando as horas de estudo = 4, que tiveram 20 questões resolvidas, com as horas de estudo = 3, que tiveram 15 questões resolvidas. Aplicando esses valores, temos:

$$k = \frac{20 - 15}{4 - 3} = \frac{5}{1} = 5$$

Logo, pode-se dizer que o grupo de estudo resolveu 5 questões a mais – de 15 para 20 - quando estudou 1 hora a mais, de 3 horas para 4 horas.

Poderíamos realizar mais uma verificação, porém para a quantidade de dados que temos, essas três verificações já são suficientes para dizer que a cada hora a mais de estudo, resolvem-se 5 questões a mais.

Isso posto, podemos escrever a função que descreve essa relação.

- Elaborar a função que descreve a relação entre “Horas de estudo” e “Qtde de questões de provas anteriores resolvidas”, sabendo que a cada hora a mais de estudo, resolvem-se 5 questões a mais.
 - Dado que:

$$y = f(x)$$

Onde,

- x representa “Horas de estudo”
- y representa “Qtde de questões de provas anteriores resolvidas”

Temos:

$$y = 5x$$

Ou seja, a “Qtde de questões de provas anteriores resolvidas” aumenta em 5 vezes de acordo com as “Horas de estudo”

Resolução:

- Uma vez encontrada a função que descreve a relação entre as variáveis “Horas de estudo” e “Qtde de questões de provas anteriores resolvidas”, vamos utilizá-la para resolver a pergunta problema: *Qual a quantidade de horas de estudo para que seja possível resolver 175 questões de uma prova?*

Sabendo que a função é:

$$y = 5x$$

Onde:

- x representa “Horas de estudo”
- y representa “Qtde de questões de provas anteriores resolvidas”

Substituindo “y” por 175 (questões que precisarão ser resolvidas), para encontrar “x” (Horas de estudos necessárias para resolver 175 questões), temos:

$$175 = 5x$$

$$x = \frac{175}{5} = 35$$

- Sendo assim, a resposta para a pergunta problema: *Qual a quantidade de horas de estudo para que seja possível resolver 175 questões de uma prova?* É a seguinte:

Estima-se 35 horas de estudo para que seja necessário a resolução de 175 questões.

Conclusão

A partir da resolução do problema, é possível observar a importância de uma função para auxiliar em tomadas de decisão, desde cenários mais simples, como o apresentado nessa introdução ao tema, até a cenários mais complexos.

É importante destacar que a função está diretamente ligada ao comportamento e a relação entre as variáveis quantitativas. Além desse método, existem outras formas de encontrar funções, que exploraremos ao longo da disciplina.

Referencias

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

LAPA, Nilton. **Matemática aplicada: uma abordagem introdutória**. Editora Saraiva, 2000.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.