Gráfico de uma função real de variável real

Agora que já sabemos o que é uma função e qual seu objetivo, vamos estudar como observar a relação entre as variáveis em um gráfico. Vamos tomar como exemplo, o mesmo problema de estudado anteriormente

Problema Exemplo:

Um grupo de estudantes percebeu que quanto mais tempo estudam, mais questões de simulados de concursos anteriores conseguem resolver. Eles foram capazes de realizar essa observação a partir do registro dos estudos realizados pelo grupo, que foram da seguinte forma:

Horas de estudo	Qtde de questões de provas anteriores resolvidas
1	5
2	10
3	15
4	20
5	25

No qual, já sabemos que relação entre "Horas de estudo (x)" e "Qtde de questões de provas anteriores resolvidas (y)" é dada pela fórmula:

$$\boldsymbol{y = f(x)}$$

Onde:

$$\boldsymbol{y = 5x}$$

Logo, se o grupo decidir estudar por 20 horas e desejar saber a quantidade de questões de provas anteriores que serão capazes de resolver, basta aplicar a função:

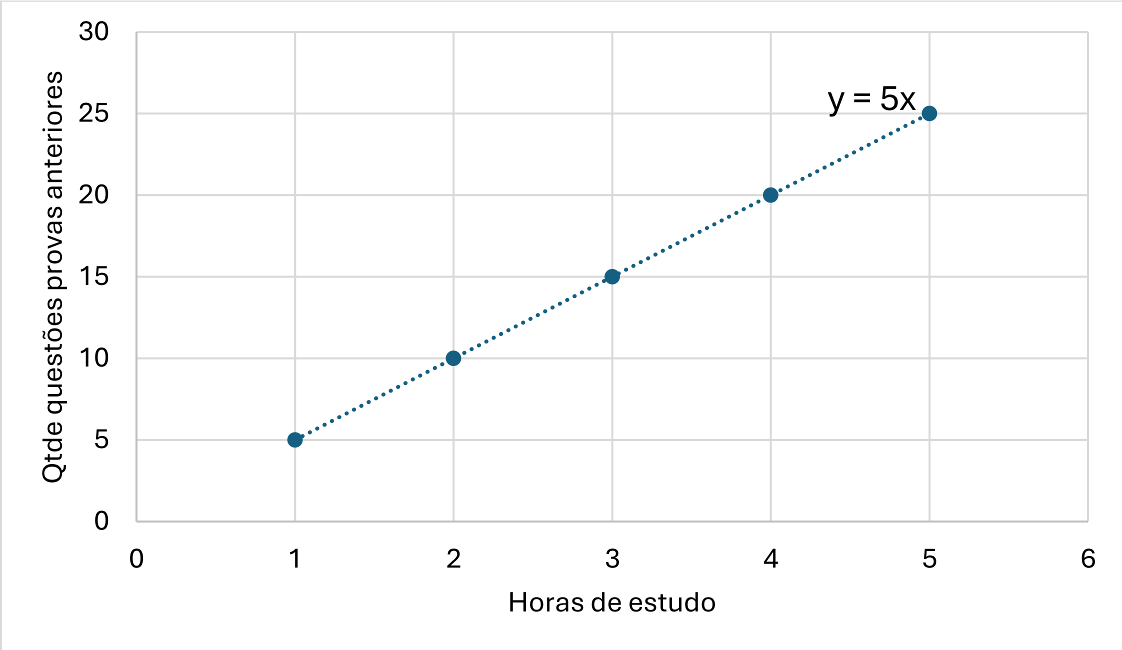
$$\boldsymbol{y = 5\ x\ 20 = 100}$$

Logo:

Para um estudo de 20 horas, o grupo será capaz de resolver 100 questões de provas anteriores.

Porém, quando estamos utilizando a análise estatística de dados com a intenção de aplicá-la como suporte à tomada de decisão, a forma mais comum de se observar a relação entre as variáveis de uma função é em um gráfico, intitulado gráfico de dispersão ou, inglês, *scatter plot*. Tomando como base os dados do exemplo e, ao plotarmos em um gráfico, teremos:

Gráfico 1 - Gráfico de uma função



Fonte: Autoria própria (Excel)

O domínio da função que, nesse caso é "Horas de estudo" é representado sobre o eixo x (horizontal), já o contradomínio, no eixo y (vertical). A relação entre as variáveis x e y é dada pelos pares ordenados (x,y) e a reta – ou parte de uma reta – representa a função que, nesse caso é y = 5x.

Função Afim

Uma vez que sabemos observar a relação entre duas variáveis em um gráfico de dispersão, vamos compreender que uma função é dita "afim" quando sua lei de formação for da seguinte forma:

$$\boldsymbol{f(x) = y = ax + b}$$

E toda função afim pode ser representada em um plano cartesiano por uma reta. Ora, assim como o gráfico de dispersão apresentado para a relação entre "Horas de estudo" e "Qtde de questões de provas anteriores". Logo, a função que representa essa relação:

$$\boldsymbol{y = 5x}$$

É uma função afim.

Bom, nesse momento, eu espero que você esteja se perguntando:

"Calma, Bonel. Você disse que a função afim é y = ax + b. Cadê o "b" nessa função y = 5x?"

Boooaaa pergunta! Isso acontece em situações bem especiais, quando o ponto de partida da relação entre as variáveis é igual a zero. Veja:

- Se eu estudar 1 hora, resolvo 5 questões
- Se eu estudar 2 horas, resolvo 10 questões.

Logo, se eu não estudar (horas de estudo = 0), eu não resolvo questões (questões de provas anteriores resolvidas = 0). Se o "b" fosse representando na função seria dessa forma:

$$\boldsymbol{y = 5x + 0}$$

Porém, não há a necessidade de sua representação, mas ele está presente.

Ou seja, y = 5x é uma função afim, onde b = 0.

Agora, quando partimos para a aplicação da função afim para nos possibilitar a realização de previsões (análise preditiva), na intenção de suportar tomadas de decisão, precisamos compreender cada parte da função.

Função afim é definida por:

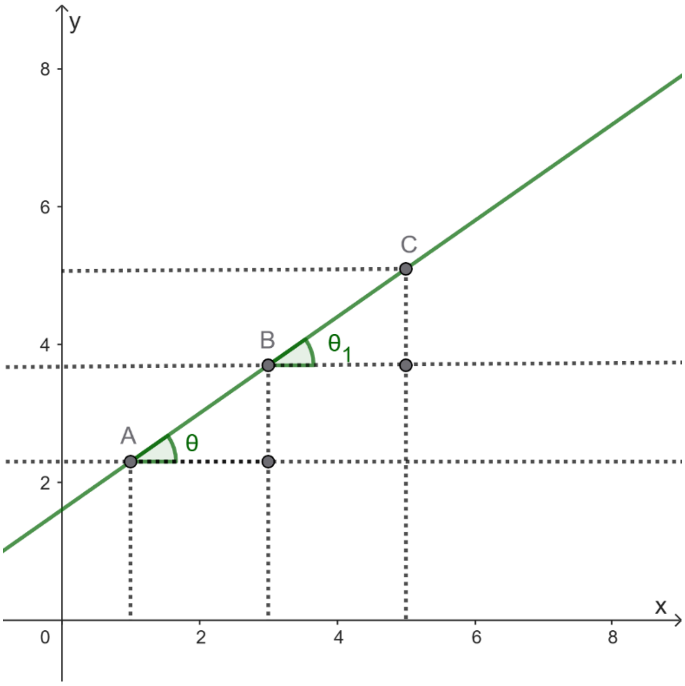
$$\boldsymbol{y = ax + b}$$

Onde:

- y: variável dependente, ou seja, é a variável prevista. Aquela que desejamos obter uma previsão
- x: variável independente, ou seja, é a variável preditora. Aquela que você controla e a utiliza como entrada de valores, para realizar uma previsão

- a: Coeficiente angular. É o valor da tangente do ângulo formado entre a reta da função e o eixo x

Gráfico 2 - Coeficiente angular

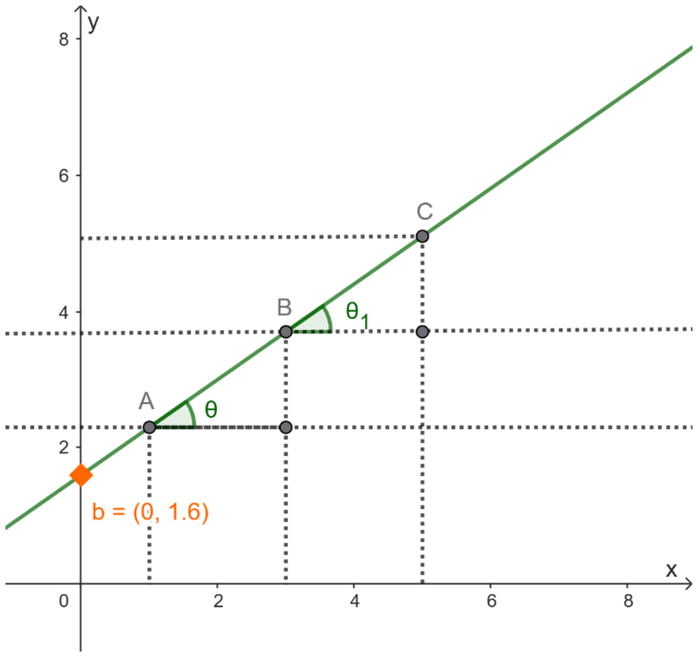


Fonte: Autoria própria (Geogebra)

Observando o gráfico acima, sabe-se que $\theta = \theta_1 = \theta_n$ e que o coeficiente angular é a tangente de θ.

- b: Coeficiente linear ou intercepto. É o valor de y, quando x = 0, representando o ponto onde a reta da função intercepta o eixo y.

Gráfico 3 - Coeficiente linear



Fonte: Autoria própria (Geogebra)

Observando-se o gráfico acima, é possível identificar o coeficiente linear na cor laranja, e representado pela letra “b”. Repare que no par ordenado x = 0 e y = 1,6, logo, nesse exemplo, o coeficiente linear (b) = 1,6.

Conclusão

Em resolução de problemas inerentes à tomada de decisão, a função afim é de suma importância para suportar análises preditivas, ou seja, questões que necessitem de informações em pontos futuros, chamado de previsão (em inglês, *forecast*)

É de suma importância compreender, principalmente:

- Qual a variável dependente, ou seja, a variável que é a prevista (y), aquela que se deseja prever um resultado?
- Qual a variável independente, ou seja, a variável que é a preditora (x), aquela que será utilizada como entrada para se realizar a previsão?

Quando se utiliza uma tecnologia da informação para estruturação e aplicação de uma função afim, tanto o coeficiente angular, quanto o coeficiente linear (ou intercepto) serão calculados automaticamente, não havendo a necessidade de intervenção da matemática pura.

Referencias

ALVES, Marcos Monte de Oliveira**. Matemática elementar: funções**. Rio de Janeiro: Edição do Autor, 2019.

CARVALHO, André C. P. L. F. de; MENEZES, Angelo Garangau; BONIDIA, Robson Parmezan. **Ciência de dados: fundamentos e aplicações**. 1. ed. 2. reimp. Rio de Janeiro: LTC, 2024.

MORETTIN, Pedro Alberto; SINGER, Júlio da Motta. **Estatística e ciência de dados**. Rio de Janeiro: LTC, 2022.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: interciência, 1978.